***Переходные процессы в линейных электрических цепях***

1. Законы коммутации

***Переходным*** называется процесс, возникающий в электрической цепи при переходе от одного установившегося режима к другому и вызываемый коммутацией (замыканием или размыканием) в цепи.







***Первый закон коммутации:*** в любой ветви с индуктивностью ток и магнитный поток в момент коммутации сохраняют те значения, которые они имели непосредственно перед коммутацией, и дальше начинают изменяться именно с этих значений:



Время t = 0\_ - время непосредственно до коммутации;

Время t = 0+ - время непосредственно после коммутации (см. рис.).

При включении ветви с катушкой, в которой не было тока, ток в этой ветви в момент коммутации равен нулю. Если для такой ветви допустить, что в момент коммутации ток изменится скачком, то напряжение на индуктивности  будет равно бесконечности и в цепи не будет соблюдаться второй закон Кирхгофа. Таким образом, ток через индуктивность не может изменяться скачком, но напряжение на индуктивности скачком измениться может. Это не противоречит второму закону Кирхгофа.

***Второй закон коммутации:*** в любой ветви напряжение и заряд на емкости сохраняют в момент коммутации те значения, которые они имели непосредственно перед коммутацией, и в дальнейшем изменяются, начиная именно с этих значений:



Так, при включении ветви с конденсатором, который не был заряжен, напряжение на конденсаторе в момент коммутации равно нулю. Если для ветви с емкостью допустить, что в момент коммутации напряжение на емкости изменяется скачком, то ток 

будет равен бесконечности и в цепи, всегда имеющей активное сопротивление, не будет соблюдаться второй закон Кирхгофа.

***С энергетической точки зрения*** невозможность мгновенного измене­ния тока в индуктивности и напряжения на емкости объясняется невоз­можностью скачкообразного изменения запасенной в них энергии (энергии магнитного поля катушки, равной  , и энергии электри­ческого поля конденсатора, равной ). Действительно, скачко­образное изменение энергии требует бесконечно больших мощностей в индуктивностях и емкостях, что лишено физического смысла, так как реальные источники питания не обладают бесконечно большой мощностью.

***Сущность классического метода расчета переходных процессов***

Рассм. последовательный контур,



в котором ЭДС e изменяется непрерывно во времени и задана каким – нибудь аналитическим выражением:

, (1)

где i – ток переходного процесса.

Когда переходный процесс заканчивается, наступает **принужденный** или **установившийся** режим:

 , (2)

где iпр – ток принужденного режима.

Вычитая из (1) (2) получаем

 (3)

где

, (4)

или

.

Уравнение (3) показывает, что при переходе цепи от одного принужденного режима к другому напряжения на всех элементах, создаваемые свободными составляющими токов, взаимно уравновешиваются, но свободные напряжения зависят, конечно, от ЭДС источника.

Уравнение (4) показывает, что процесс, происходящий в цепи, можно рассматривать состоящим из двух накладывающихся друг на друга процессов – принужденного, который как бы наступил сразу, и свобод­ного, имеющего место только во время переходного процесса. Благода­ря свободным составляющим и достигается в переходном процессе непре­рывное приближение к принужденному режиму. Следовательно, во время переходного процесса токи и напряжения могут быть разложены на слагающие принужденного режима и свободного процесса:

   
Так как принцип наложения применим лишь к линейным цепям, то это разложение допустимо только для линейных электрических цепей. Конечно, физически существуют только переходные токи и напряжения, которые можно измерить и записать на осциллограмме, и разложение их на *принужденные* и *свободные* составляющие является удобным математи­ческим приемом, облегчающим расчет переходных процессов в линейных цепях.

Разложение переходных токов и напряжений соответствует правилу решения линейных неоднородных дифференциальных уравнений, согласно которому общее решение таких уравнений равно сумме частного решения неоднородного уравнения и общего решения однородного уравнения.

Свободный ток представляет собой общее решение однородного диф­ференциального уравнения (3), которое записывается в виде показательной функции вида  , и в его выражении должны быть постоянные интегрирования (А), число которых равно порядку дифференциального уравнения.

Принужденный ток представляет собой частное решение неодноро­дного дифференциального уравнения (2).

Принужденная составляющая тока (напряжения) физически представ­ляет собой составляющую, изменяющуюся с той же частотой, что и дей­ствующая в схеме принуждающая ЭДС. Если в схеме действует принужда­ющая синусоидальная ЭДС частоты ꞷ, то принужденная составляющая любого тока и любого напряжения в схеме является соответственно синусоидальным током (синусоидальным напряжением) частоты ꞷ.

Определяются принужденные составляющие в цепи синусоидального тока с помощью комплексного метода. Если в цепи действует источник постоянной ЭДС, то принужденный ток есть постоянный ток и находят его с помощью какого-либо метода расчета цепей постоянного тока.

Постоянный ток через конденсатор не проходит, поэтому принужден­ная составляющая тока через него в цепях с источниками постоянной ЭДС равна нулю. Кроме того, падение напряжения на индуктивной катушке от постоянного во времени тока равно нулю.

Таким образом, классический метод изучения переходных процессов в простейших цепях заключается в решении дифференциальных уравнений, связывающих токи и напряжения цепи.

***Начальные условия***

Под начальными значениями величин (или ***начальными условиями***) понимают значения токов и напряжений в электрической цепи при t = 0.

В соответствии с законами коммутации токи через индуктивные элементы и напряжения на конденсаторах непосредственно после коммутации равны их значениям непосредственно до коммутации. Остальные величины – напряжения на индуктивных элеме­нтах, напряжения на резисторах, токи через конденсаторы, токи через резисторы – могут изменяться скачком, и поэтому их значения после коммутации чаще всего оказываются не равными их значениям до комму­тации. Поэтому следует различать ***докоммутационные*** и ***послекоммутационные*** начальные условия.

***Докоммутационными*** начальными условиями называют значения токов и напряжений непосредственно до коммутации (при t = 0–); ***послекоммутационными*** начальными условиями – значения токов и напря­жений непосредственно после коммутации (при t = 0+).

Для любой схемы после коммутации в ней можно записать уравне­ния по законам Кирхгофа и из этих уравнений определить значения токов во всех ветвях и напряжений на любых участках схемы в послекоммутационном режиме (при t = 0+).

С этой целью значения токов в ветвях, содержащих индуктивные элементы, и значения напряжений на конденсаторах берут равными тем значениям, которые они имели до коммутации при t = 0–, а остальные токи и напряжения после коммутации при t = 0 находят из уравнений Кирхгофа, поскольку часть слагаемых в них уже известна.

Значения токов через индуктивные элементы и напряжений на конден­саторах, известные из докоммутационного режима, называют ***независимыми начальными условиями***.

Значения остальных токов и напряжений при t = 0 в послекоммутационной схеме, определяемые по независимым начальным значениям из законов Кирхгофа, принято называть ***зависимыми начальными условиями***.

Если к началу переходного процесса непосредственно перед комму­тацией все токи и напряжения на пассивных элементах схемы равны нулю, то в схеме имеют место ***нулевые начальные условия***. Если же к началу переходного процесса хотя бы часть токов и напряжений в схеме не равны нулю, то в схеме имеют место ***ненулевые начальные условия***.

При нулевых начальных условиях токи в индуктивных элементах и напряжения на конденсаторах начнут изменяться с нулевых значений, при ненулевых условиях – с тех значений, которые они имели непосред­ственно до коммутации.

***Выключение цепи, содержащей активное сопротивление и индуктивность, находящиеся под действием постоян­ного напряжения***

**­**

Ветвь с сопротивлением и индуктивностью, иначе говоря, реальная катушка внезапно замыкается ключом накоротко (см. рис. ниже). Ток в кату­шке до коммутации был постоянным.



Найдем закон изменения тока в катушке. Принужденный ток в катушке после коммутации равен нулю. Следовательно,



На основании уравнения (3) свободный ток удовлетворяет однородному диф. уравнению первого порядка

,

общее решение которого

 (5)

При t = 0 из (5) имеем



т.е.



где - начальное значение свободного тока.

Величина  есть постоянная времени с размерностью [c].

Величина  есть коэффициент затухания RL – цепи. Чем больше постоянная времени, тем более длительным является переходный процесс.

Значение тока  , т.е. постоянная интегрирования А определяется из начальных условий (1 закон коммутации):

,

отсюда

.

С энергетической точки зрения процесс короткого замыкания RL – цепи характеризуется тем, что вся энергия, запасенная до коммутации в магнитном поле катушки



в течение переходного процесса преобразуется на сопротивлении R в тепло.

***Включение цепи, содержащей активное сопротивление и индуктивность, к источнику постоянного напряжения***

Пусть требуется найти закон нарастания тока в RL - цепи, включенной на постоянное напряжение.



По второму закону Кирхгофа:

 (6)

Представим переходный ток в виде суммы принужденной и свободной составляющих:



. (7)

Принужденный ток, очевидно, будет равен установившемуся постоян­ному току



. (8)

Свободный ток запишем в виде . Для определения р составим из выражения (6) однородное дифференциальное уравнение (правую часть уравнения (6) приравняем нулю):



. (9)

Для уравнения (9) составим характеристическое уравнение



, из которого определим р, а именно



. (10)

Таким образом, ток переходного процесса равен



(11)

где

 – постоянная времени.

Постоянная А определяется из начальных условий при t = 0.

С учетом первого закона коммутации имеем

 и



Откуда



Ток переходного процесса



Напряжение на индуктивности



До коммутации напряжение на индуктивности было равно нулю, а в момент коммутации  переходное и свободное напряжения на индуктивности изменяются скачком. Кривые изменения *i, iпр,* iсв и uL приведены на рис. ниже. Из графика видно, что ток в цепи постепенно нарастает от нуля, асимптотически приближаясь к своему конечному значению

,

причем ток нарастает тем быстрее, чем меньше постоянная времени цепи.



Из уравнения цепи Ri + Ldi/dt = U следует, что при t = 0 ЭДС самоиндукции



противоположна напряжению сети. С течением времени эта ЭДС убывает по закону:



Часть энергии, получаемой от источника, идет на увеличение энергии магнитного поля катушки, а часть переходит в тепло в сопротивлении R.

***Включение цепи, содержащей активное сопротивление и индуктивность, на синусоидальное напряжение***

При включении цепи **RL** на синусоидальное напряжение





принужденный ток

,

т.к. ток в данной цепи отстает от напряжения на на угол ϕ.

При этом

 ,  ,

а свободный ток определяется равенством (см. выше):

.

Для переходного тока получим



В рассматриваемой цепи до включения тока не было. Поэтому I = 0 при t = 0. Тогда



Окончательно получаем:



(12)

Напряжение на индуктивности

 (13)

Правильность полученных равенств (12) и ( 13) проверим, подставив в правую часть значение t = 0. Эта проверка дает для тока i значение, равное нулю. Для напряжения на индуктивности получим

 *.*

Действительно, в момент включения напряжение на индукти­вности равно напряжению источника, так как напряжение на сопротивле­нии равно нулю.

Кривая тока i изображена ниже. Она показывает, что по мере затухания тока iсв переходный ток стремится к значению принуж­денного тока. Однако в зависимости от начальной фазы Y ток через промежуток времени от Т/4 до 3Т/4 после включения может достигать значений, превышающих амплитуду принужденного тока.

Наибольшего возможного значения ток достигает, если в момент включения цепи принужденный ток равен амплитуде



(или –90°), а постоянная времени цепи весьма велика, т.е. свободный ток затухает очень медленно. При этих условиях



и приложенное напряжение в момент коммутации должно проходить через нулевое значение.

Кривая тока при ψ – ϕ = 900 и достаточно больших значениях τ приведена на рис. ниже. Примерно через половину периода после включения цепи ток достигает почти удвоенной амплитуды принужденного тока .



Таким образом, при включении цепи RL к источнику синусоидального напряжения переходный ток ни при каких условиях не может превышать удвоенной амплитуды принужденного тока.

Начальное значение свободного тока равно по величине и проти­воположно по знаку начальному значению принужденного тока. Поэтому, если в момент включения принужденный ток проходит через нуль, то на­чальное значение свободного тока также равно нулю. Свободный ток вообще не возникает, и в цепи сразу устанавливается принужденный режим. Это будет при  или  .

***Выключение цепи, содержащей активное сопротивление и емкость, находящейся под действием постоянного напряжения***

Предположим, что конденсатор емкостью С был заряжен от источни­ка постоянного напряжения (см. рис.) до напряжения U0 = E, а затем замыкается ключ и конденсатор разряжается через сопротивление R.



Принужденный ток в цепи и принужденное напряжение на емкости равны нулю. Выберем положительные направления напряжения на емкости и тока совпадающими:



 (14)

Общее решение уравнения (14):



где ,

- коэффициент затухания.



,

.



С энергетической точки зрения процесс короткого замыкания цепи RC характеризуется переходом энергии, запасенной до коммутации в электрическом поле конденсатора. в тепло в сопротивлении R.

***Включение цепи, содержащей активное сопротивление и емкость, к источнику постоянного напряжения***











Т.к. конденсатор до коммутации не был заряжен, т.е при t = 0 напряжение UC = 0, то A = - U и

,





Кривые показывают, что напряжение на емкости и ток в цепи не устанавливаются мгновенно. Напряжение возрастает и ток спадает тем медленнее, чем больше постоян­ная времени цепи τ, т.е. чем медленнее затухает свободное напряжение UCсв.

Отметим аналогию законов изменения тока в цепи RL и нап­ряжения в цепи RС при включении их на постоянное напряжение. Аналогия распространяется и на случаи включения цепей RL и RС на синусоидальное напряжение.